Γ΄ Λυκείου

12 Μαρτίου 2011

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^{ο}

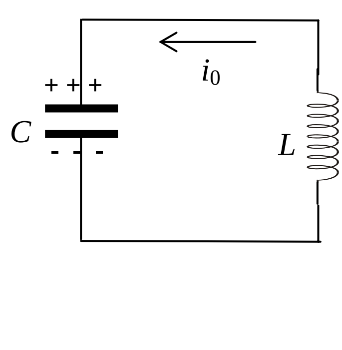
Α. Η οκτάκωπος είναι μια μακρόστενη λέμβος κωπηλασίας με μήκος 18 m. Στα κωπηλατοδρόμια, κάποιες φορές, κύματα τα οποία δεν έχουν μεγάλο πλάτος μπορεί να προκαλέσουν κόψιμο της λέμβου στα δύο. Ποιο είναι το μήκος κύματος των κυμάτων τα οποία προκαλούν τη μεγαλύτερη καταπόνηση της λέμβου και θα μπορούσαν να προκαλέσουν το κόψιμό της στα δύο; Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων v, δίνεται από τη σχέση $v = \sqrt{gd}$ όπου d είναι το βάθος του νερού και g η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας, υπολογίστε τη συχνότητα των κυμάτων στο ήρεμο νερό η οποία θα προκαλούσε το καταστροφικό μήκος κύματος. Δίνονται: g= 9,81 m/s^2 και d=2,4 m.

Β. Θεωρείστε ένα σφαιρικό ή κυλινδρικό αντικείμενο με μάζα m, ακτίνα R και ροπή αδράνειας I. Το αντικείμενο ξεκινά από την ηρεμία και εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση κατεβαίνοντας πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. Εφαρμόστε την εξίσωση του κέντρου μάζας (αυτό που συνήθως ονομάζεται θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μεταφορική κίνηση), την αντίστοιχη εξίσωση για τη στροφική κίνηση (αυτό που συνήθως ονομάζεται θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη στροφική κίνηση) και την αρχή διατήρησης της ενέργειας (Α΄ νόμος της θερμοδυναμικής) για το σύστημα αντικείμενο – κεκλιμένο επίπεδο – Γη, για να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν θερμικές απώλειες.

Θέμα 2^{ο}

Α. Ένα διαφανές δοχείο με αλατόνερο παραμένει αδιατάραχτο επί αρκετό χρόνο. Το βάθος του νερού στο δοχείο είναι 1 m. Η συγκέντρωση του αλατιού αυξάνεται με το βάθος. Επειδή το αλάτι έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το καθαρό νερό θα αυξάνεται και η πυκνότητα του αλατόνερου με το βάθος, συνεπώς και ο δείκτης διάθλασης του αλατόνερου. Υποθέστε ότι ο δείκτης διάθλασης του αλατόνερου στην επιφάνειά του είναι n_0=1,3 και αυξάνεται γραμμικά με το βάθος με ρυθμό 0,05 m^{-1}. Θεωρείστε ότι το αλατόνερο αποτελείται από ένα σύνολο λεπτών οριζόντιων στρωμάτων, όπου το κάθε στρώμα έχει ένα συγκεκριμένο δείκτη διάθλασης. Ποια θα πρέπει να είναι η μικρότερη γωνία που σχηματίζει μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός (laser) με την κατακόρυφη καθώς εισέρχεται από τον πυθμένα του δοχείου στο αλατόνερο, ώστε να υφίσταται ολική εσωτερική ανάκλαση στην επιφάνεια του αλατόνερου; Σχεδιάστε την πορεία του φωτός το οποίο θα εισερχόταν στο αλατόνερο με γωνία μεγαλύτερη από αυτή.

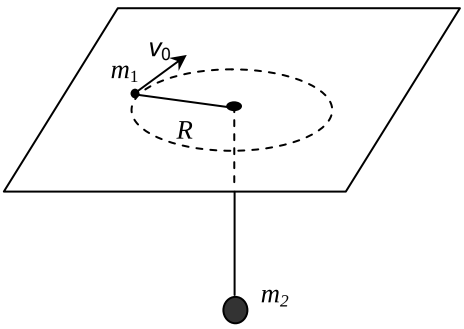
Β. Τη χρονική στιγμή t=0 το LC κύκλωμα του σχήματος έχει αποθηκευμένες ίσες ποσότητες ενέργειας στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, η κάθε μια από τις οποίες είναι 500 μJ. Τη στιγμή αυτή το ρεύμα στο κύκλωμα έχει φορά προς το θετικό οπλισμό του πυκνωτή και τιμή i_0>0. Αν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι 20 μF και το πλάτος του ρεύματος 0,2 A:



α. Ποια η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος;
β. Ποια η τιμή της αυτεπαγωγής L;
γ. Γράψτε τις εξισώσεις q(t) και i(t).

Θέμα 3^{ο}

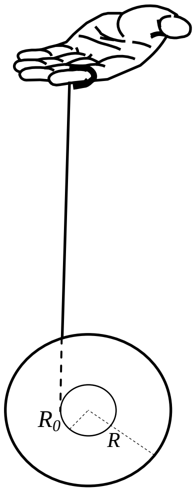
Α. Δύο σφαιρίδια με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ είναι δεμένα στα άκρα νήματος αμελητέας μάζας το οποίο περνά μέσα από οπή σε λείο οριζόντιο τραπέζι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το m_1 απέχει απόσταση R από την οπή και του δίνουμε ταχύτητα $v_0=\sqrt{2gR}$ κάθετη στην R. Να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανέλθει το m_2 ως συνάρτηση της R. Αντιστάσεις αέρα και τριβές θεωρούνται αμελητέες.

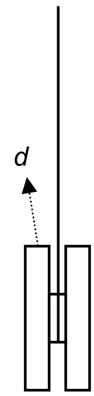


Β. Ένα γιογιό είναι κατασκευασμένο από δύο ομογενείς ορειχάλκινους δίσκους με πάχος d και ακτίνα R. Οι δίσκοι συνδέονται στα κέντρα τους με ένα κοντό κύλινδρο ακτίνας R_0. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$ και η πυκνότητα του ορειχάλκου ρ.

α. Ποια η ροπή αδράνειας του γιογιό ως προς άξονα που περνά από τα κέντρα των δίσκων σε σχέση με τα R, d, ρ; Θεωρείστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου αμελητέα.

β. Ένα πολύ λεπτό νήμα είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο. Το γιογιό αφήνεται από την ηρεμία, όπως φαίνεται στο σχήμα, και κατεβαίνει προς το έδαφος. Ποια θα είναι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του γιογιό αν ο λόγος $\frac{R}{R_0}=3$. Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g=10 m/s^2.





<u>Πειραματικό Μέρος</u>

Πολλές φορές θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσετε γραφήματα για να ελέγξετε ή να διαπιστώσετε τη μορφή της σχέσης μεταξύ διαφόρων μεγεθών. Επίσης θα χρειαστεί να υπολογίσετε φυσικά μεγέθη χρησιμοποιώντας γραφήματα. Για να μπορέσετε να καταφέρετε τα παραπάνω θα πρέπει να είσαστε σε θέση να διαχειριστείτε τα δεδομένα ώστε να πάρετε τελικά μια γραμμική σχέση. Η κλίση της ευθείας στο γράφημα και η τεταγμένη της τομής του άξονα y με την ευθεία, σας δίνουν τη δυνατότητα να βρείτε διάφορα μεγέθη ανάλογα με τη σχέση που επεξεργάζεσθε. Για παράδειγμα όταν θέλετε να βρείτε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας θα μπορούσατε να κάνετε το γράφημα της ταχύτητας ενός αντικειμένου, το οποίο εκτελεί ελεύθερη πτώση, σε σχέση με το χρόνο και να βρείτε την κλίση της ευθείας.

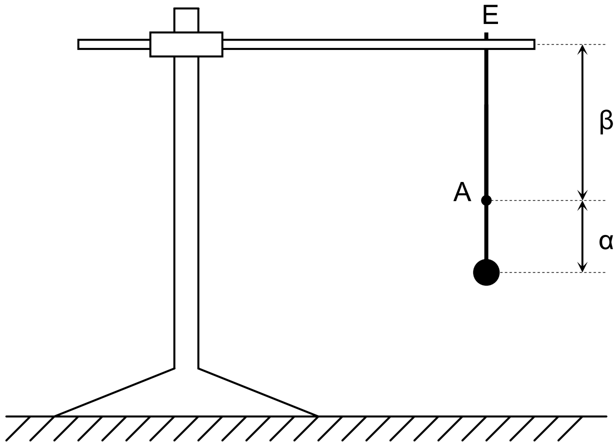
Σε μια γενική περίπτωση όπου θα έχετε μια πιο περίπλοκη μορφή συνάρτησης $y=f(x)$ και στο πείραμά σας έχετε πάρει ζεύγη τιμών (x,y) για να βρείτε τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στη συνάρτηση f θα πρέπει να διαχειριστείτε την $y=f(x)$ ώστε να πάρετε μια γραμμική σχέση.

Μια ομάδα μαθητών, για να μετρήσει την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας, χρησιμοποίησε μια μεταλλική σφαίρα εξαρτημένη μέσω νήματος, η οποία αποτελεί ένα εκκρεμές.

Για μικρές γωνίες εκτροπής το εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο που δίνεται από τη σχέση: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (1).

Λόγω της παρουσίας του συστήματος εξάρτησης της σφαίρας από το νήμα, η θέση του κέντρου βάρους δεν είναι γνωστή, άρα και το μήκος *l* δεν είναι γνωστό.

Για τον προσδιορισμό του *l* εφάρμοσαν το ακόλουθο τέχνασμα. Σε κάποιο σημείο του νήματος κοντά στη σφαίρα έβαλαν με μαρκαδόρο ένα σημάδι Α όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μήκος *l* του εκκρεμούς δίνεται ως το άθροισμα των μηκών *α* και *β*. Το *β* μπορεί να μεταβάλλεται με ελευθέρωση του νήματος από το σημείο Ε.



Οι μαθητές ακολούθησαν την εξής πειραματική διαδικασία.

1. Μέτρησαν με μετροταινία την απόσταση *β*=35 cm και έθεσαν το εκκρεμές σε ταλάντωση εκτρέποντάς το σε μικρή γωνία.
2. Μέτρησαν με χρονόμετρο το χρόνο 20 ταλαντώσεων t_1=25,3 s.
3. Επανέλαβαν για την ίδια τιμή του *β* μετρώντας εκ νέου το χρόνο 20 ταλαντώσεων t_2=25,1 s.
4. Για έξι νέες τιμές του μήκους *β* επανέλαβαν τα βήματα 1, 2, 3 και καταχώρησαν όλες τις τιμές στον παρακάτω πίνακα 1 μετρήσεων στον οποίο <*t*> είναι ο μέσος χρόνος των 20 ταλαντώσεων και *T* η περίοδος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

β (cm)	t_1 (s)	t_2 (s)	$\langle t \rangle$ (s)	T (s)	T^2 (s^2)
35	25,3	25,1			
45	28,1	28,3			
55	31,0	29,0			
65	33,5	33,6			
75	35,8	35,6			
85	37,9	37,7			
95	40,0	40,2			

Ερωτήσεις:

1. Μεταφέρετε τον πίνακα 1 συμπληρωμένο στο τετράδιό σας.

2. Κάντε το κατάλληλο γράφημα από το οποίο να είναι δυνατός ο υπολογισμός της επιτάχυνσης λόγω της βαρύτητας *g* αλλά και η τιμή του α εξηγώντας την επιλογή σας. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

3. Υπολογίστε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας *g* και το *α* σύροντας τη βέλτιστη ευθεία δια μέσου των πειραματικών σημείων.

4. Όταν έχουμε κάποια ζεύγη πειραματικών τιμών για τα *x* και *y* και γνωρίζουμε ότι η σχέση του *y* με το *x* είναι γραμμική, τότε η ευθεία που προκύπτει με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων είναι *y*= *mx*+*b* όπου τα *m* και *b* υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$m = \dfrac{\sum x \sum y - n \sum xy}{\left(\sum x\right)^2 - n \sum x^2}$	$b = \dfrac{\sum x \sum xy - \sum y \sum x^2}{\left(\sum x\right)^2 - n \sum x^2}$

Όπου Σx είναι το άθροισμα όλων των πειραματικών τιμών του x, Σy το άθροισμα όλων των πειραματικών τιμών του y, Σxy το άθροισμα των γινομένων των πειραματικών τιμών των x και y και Σx^2 το άθροισμα των τετραγώνων των πειραματικών τιμών των x.

Μεταφέρατε συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα 2 στο τετράδιό σας και με τη βοήθεια των παραπάνω σχέσεων βρείτε την επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g και το α.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

T^2 (s^2)	β (cm)	β^2 (cm^2)	$T^2 \cdot \beta$ (cm s^2)
ΣT^2=	**Σβ=**	**Σβ^2=**	**Σ($T^2 \cdot \beta$)=**

Καλή Επιτυχία

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιτλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.